HEIGHTS AND DISTANCES

Exercise -I

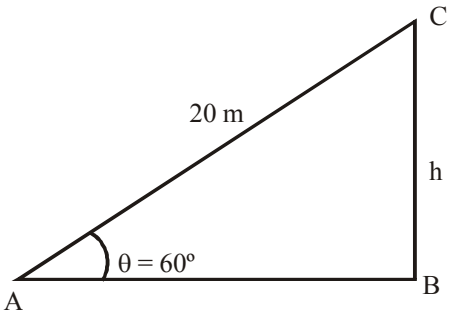
1. A kite is flying with the string inclined at 60º to the horizon. The height of the kite above the ground, when the string is 20 mts. long, is :

क्षैतिज से 60º का कोण बनाते हुये धागे से एक पतंग उड़ रही है। जब धागा 20 मीटर लम्बा है तब पतंग की जमीन से ऊँचाई होगी :

(A) 15 m (B) $15\sqrt{3}$ m (C) 10 m (D) $10\sqrt{3}$ m

Ans. D

Sol.



In ΔABC

$$\sin\theta = \frac{h}{AC} \Rightarrow h = AC\sin\theta \Rightarrow h = 20\sin 60^\circ \Rightarrow h = 20\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h = 10\sqrt{3}m$$

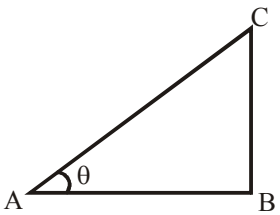
2. If the length of the shadow of a vertical pole on the horizontal ground is equal to its height, find the angle of elevation of the sun :

क्षैतिज धरातल पर एक उर्ध्वाधर खम्भे की छाया की लम्बाई इसकी ऊँचाई के बराबर है तो सूर्य का उन्नयन कोण होगा :

(A) 60º (B) 30º (C) 45º (D) 90º

Ans. C

Sol.



Let the height of vertical pole is BC & length of shadow is AB.

In $\Delta CAB \Rightarrow AB = BC$

$$\tan\theta = \frac{BC}{AB} = 1 \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

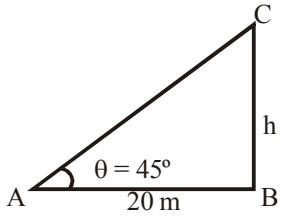
3. The angle of elevation of the top of a tower from a point 20 m away from its base is 45º. The height of the tower is :

एक मीनार के आधार से 20 मीटर दूरी पर स्थित बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 45º है। मीनार की ऊँचाई होगी :

(A) 10 m (B) 20 m (C) 40 m (D) $20\sqrt{3}$ m

Ans. B

Sol.



Let height of the tower is h and angle of elvation of the top of a tower is θ.

In Δ ABC

$\tan\theta = \frac{h}{20} \Rightarrow h = 20 \tan 45^\circ \Rightarrow h = 20$ m

4. If the angle of depression of a point A on the ground from the top of a tower be 30º, then the angle of elevation of the top of the tower from the point A will be :

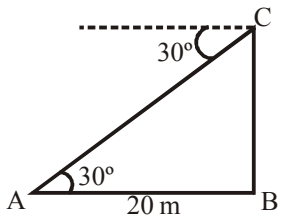
(A) 60º (B) 45º (C) 30º (D) None of these

किसी मीनार के शिखर से भूमि पर स्थित किसी बिन्दु A का अवनमन कोण 30º है, तो बिन्दु A से मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण होगा:

(A) 60º (B) 45º (C) 30º (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. C

Sol.



Angle of depression = 30º

Angle of elevation = 30º

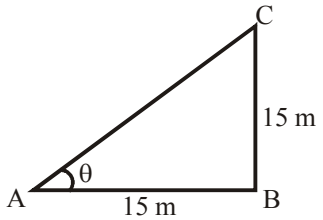
5. At a point 15 m away from the base of a 15 m high house the angle of elevation of the top is :

15 मीटर ऊँचे मकान की छत से किसी बिन्दु, जो मकान के आधार से 15 मीटर दूर स्थित है, का उन्नयन कोण है :

(A) 45º (B) 30º (C) 60º (D) 90º

Ans. A

Sol.



In Δ ABC

$$\tan\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{15}{15} = 1 \Rightarrow \theta = 45^{o}$$

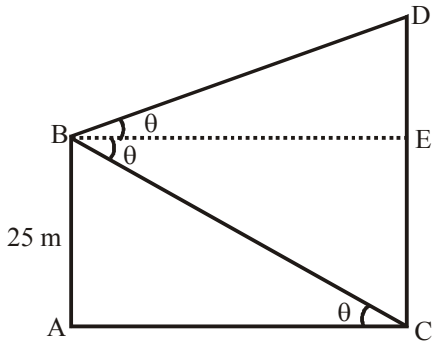
6. From the top of a cliff 25 meters high, the angle of elevation of a tower is found to be equal to the angle of depression of the foot of the tower, then height of the tower is :

एक 25 मीटर ऊँची चट्टान के शिखर से एक किले के शिखर का उन्नयन कोण वही है जो कि किले के पाद का अवनमन कोण है। तब किले की ऊँचाई है :

(A) 25 m (B) $25\sqrt{2}$ m (C) $\frac{25}{\sqrt{2}}$ m (D) 50 m

Ans. D

Sol. Let AB is the height of the diff and CD is the height of the tower



$\angle EBD = \angle EBC = \theta$

In Δ ACB

$$\tan\theta = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = AB\cot\theta$$

In Δ EBD

$\tan\theta = \frac{DE}{BE} \Rightarrow BE = DE\cot\theta$

$\because$ AC = BE

AB cot θ = DE cot $\theta \Rightarrow$ AB = DE

height of the tower = CE + DE $\Rightarrow$ 25 + 25 = 50 m

7. Two poles of equal heights stand on either side of a 100 meters wide road. At a point between the poles, the angle of elevation of the topes of the poles are 30º and 60º. The height of each pole is :

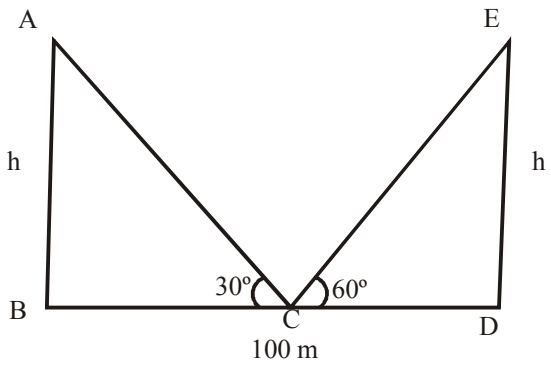
(A) 25m (B) $25\sqrt{3}$ m (C) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ m (D) None of these

बराबर ऊँचाई के दो स्तम्भ 100 मीटर चौड़ी सड़क की दोनों ओर आमने–सामने खड़े हैं। स्तम्भों के बीच एक बिन्दु पर स्तम्भों के उन्नयन कोण 30º तथा 60º है। प्रत्येक स्तम्भ की ऊँचाई है :

(A) 25m (B) $25\sqrt{3}$ m (C) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ m (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol.



Let AB and DE are the heights of the pole

In Δ ABC $\Rightarrow$ $\tan 30^\circ = \frac{h}{BC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}h$

In Δ CDE $\Rightarrow$ $\tan 60 = \frac{h}{CD} \Rightarrow CD = \frac{h}{\sqrt{3}}$

BD = BC + CD

$100 = \sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = 25\sqrt{3}m$

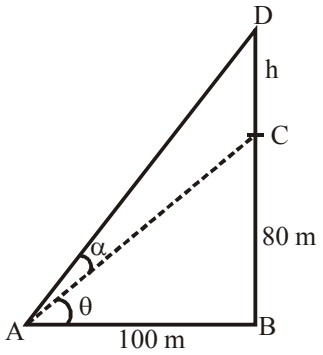
8. A flag staff on the top of the tower 80 meter high, subtends an angle $\tan^{-1}\left(\frac{1}{9}\right)$ at a point on the ground 100 meters from the foot of the tower. Find the height of the flag- staff :

एक 80 मीटर ऊँची एक मीनार के ऊपर झण्डा लगा है एवं मीनार के आधार से 100 मीटर दूर स्थित एक बिन्दु पर, यह $\tan^{-1}\left(\frac{1}{9}\right)$ का कोण अन्तरित करता है तो झण्डे की ऊँचाई है :

(A) 20 m (B) 30 m (C) 25 m (D) 35 m

Ans. A

Sol.



Let BC is the height of the tower and CD is the height of the flag-staff.

$\angle DAC = \alpha = \tan^{-1}\frac{1}{9} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{9}$

In $\Delta ABC \Rightarrow \tan\theta = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

In $\Delta ABD \Rightarrow \tan(\theta+\alpha) = \frac{80+h}{100}$

$$\Rightarrow \frac{\tan\theta + \tan\alpha}{1-\tan\theta\tan\alpha} = \frac{80+h}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{4}{5}+\frac{1}{9}}{1-\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{9}} = \frac{80+h}{100}$$

$\Rightarrow h = 20$ m

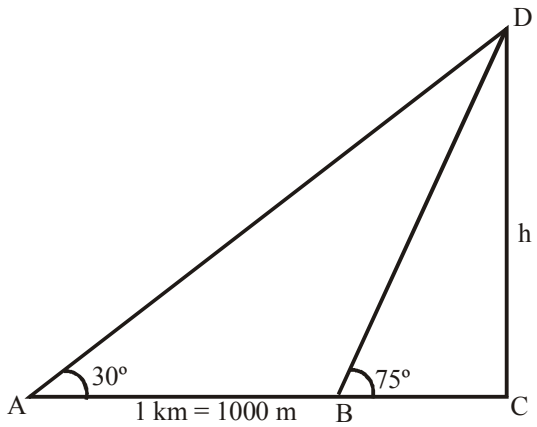
9. A person walking along a straight road observes that two points 1 km apart, the angles of elevation of a pole in front of him are 30º and 75º. The height of the pole is :

एक व्यक्ति सीधी सड़क पर चलने पर पाता है कि दो बिन्दु जिनके बीच की दूरी 1 km है। तो उसके सामने स्थित खम्बे से बनने वाले उन्नयन कोण क्रमशः 30º व 75º हैं, तो खम्बे की ऊँचाई होगी :

(A) $250\left(\sqrt{3}+1\right)$m (B) $250\left(\sqrt{3}-1\right)$m (C) $225\left(\sqrt{2}-1\right)$m (D) $225\left(\sqrt{2}+1\right)$m

Ans. A

Sol.



$$\text{In } \Delta ACD \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{AB+BC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000+BC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}h - 1000$$

$$\text{In } \Delta BCD \Rightarrow \tan 75^\circ = \frac{h}{BC} \Rightarrow 2+\sqrt{3} = \frac{h}{\sqrt{3}h-1000}$$

$$\Rightarrow h = 250\left(\sqrt{3}+1\right)\text{m}$$

10. An observer in a boat finds that the angle of elevation of a tower standing on the top of a cliff is 60º and that of the top of cliff is 30º. If the height of the tower be 60 meters, then the height of the cliff is :

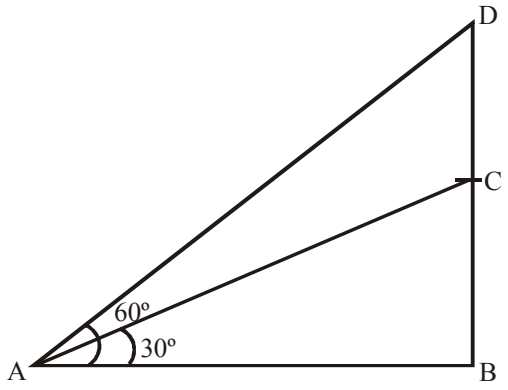
(A) 30 m (B) $60\sqrt{3}$ m (C) $20\sqrt{3}$ m (D) None of these

नाव में बैठा एक व्यक्ति देखता है कि एक चट्टान के शिखर पर स्थिर एक मीनार की शीर्ष का उन्नयन कोण 60º है तथा चट्टान के शिखर का उन्नयन कोण 30º है। यदि मीनार की ऊँचाई 60 मीटर हो, तो चट्टान की ऊँचाई है :

(A) 30 m (B) $60\sqrt{3}$ m (C) $20\sqrt{3}$ m (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol.



Let the height of the cliff is BC & height of the tower is CD.

$\angle DAB = 60^o$

$\angle CAB = 30^o$

CD = 60 m

In $\Delta ABC \Rightarrow \tan 30 = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB = \sqrt{3}BC$ ...(1)

In $\Delta ABD \Rightarrow \tan 60 = \frac{BC + CD}{AB} \Rightarrow AB = \frac{(BC + 60)}{\sqrt{3}}$ .....(2)

Using equation (i) & (ii)

$\sqrt{3}BC = \frac{BC + 60}{\sqrt{3}}$

$3BC = BC + 60 \Rightarrow BC = 30$ m

height of the cliff = 30

11. A tree is broken by wind, its upper part touches the ground at a point 10 meters from the foot of the tree and makes an angle of 45º with the ground. The entire length of the tree is :

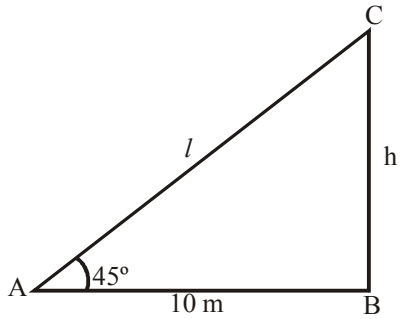
(A) 15 meters (B) 20 meters (C) $10\left(1+\sqrt{2}\right)$ meters (D) $10\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$ meters

एक पेड़ हवा से टूट गया है इसका ऊपरी सिरा जमीन को, उसकी जड़ से 10 मीटर दूर स्पर्श करता है, एवं जमीन से 45º का कोण अन्तरित करता है, तो पेड़ की कुल ऊँचाई है :

(A) 15 मीटर (B) 20 मीटर (C) $10\left(1+\sqrt{2}\right)$ मीटर (D) $10\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$ मीटर

Ans. C

Sol.



In ΔABC

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{10} \Rightarrow h = 10m$$

$$\cos 45^\circ = \frac{AB}{\ell} \Rightarrow \ell = 10\sqrt{2}$$

Total height of the tree $= h + l = 10\left(\sqrt{2}+1\right)m$

12. The length of the shadow of a pole inclined at 10° to the vertical towards the sun is 2.05 meters, when the elevation of the sun is 38°. The length of the pole is :

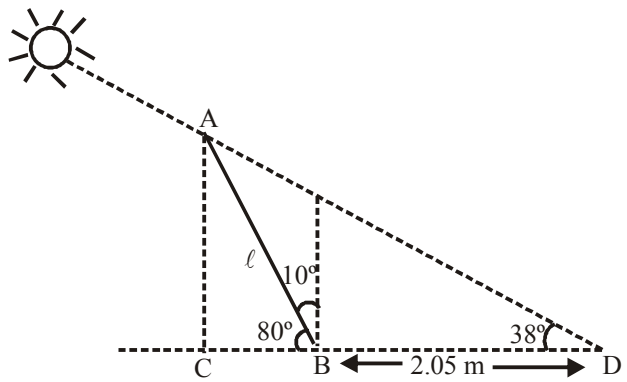
(A) $\frac{2.05\sin 38^\circ}{\sin 42^\circ}$ (B) $\frac{2.05\sin 42^\circ}{\sin 38^\circ}$ (C) $\frac{2.05\cos 38^\circ}{\cos 42^\circ}$ (D) None of these

जब सूर्य का उन्नयन कोण 38° है तो ऊर्ध्वाधर से सूर्य की ओर 10° के कोण पर झुके एक खम्बे की छाया की लम्बाई 2.05 मीटर है। खम्बे की ऊँचाई है :

(A) $\frac{2.05\sin 38^\circ}{\sin 42^\circ}$ (B) $\frac{2.05\sin 42^\circ}{\sin 38^\circ}$ (C) $\frac{2.05\cos 38^\circ}{\cos 42^\circ}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol.



Let length of the pole AB is ℓ

In ΔABC $\Rightarrow CB = \ell \cos 80^\circ$

$\Rightarrow AC = \ell \sin 80^\circ$

BD = 2.05 m

In ΔACD $\Rightarrow \tan 38^\circ = \dfrac{AC}{CB + BD}$

$$\Rightarrow \frac{\sin 38^\circ}{\cos 38^\circ} = \frac{\ell \sin 80^\circ}{CB + BD}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 38^\circ}{\cos 38^\circ} = \frac{\ell \sin 80^\circ}{\ell \cos 80^\circ + 2.05}$$

$\Rightarrow \ell \sin 80^\circ \cos 38^\circ = \ell \cos 80^\circ \sin 38^\circ + 2.05 \sin 38^\circ$

$\Rightarrow \ell(\sin 80^\circ \cos 38^\circ - \cos 80^\circ \sin 38^\circ) = 2.05 \sin 38^\circ$

$\Rightarrow \ell \sin (80^\circ - 38^\circ) = 2.05 \sin 38^\circ$

$$\Rightarrow \ell = \frac{2.05 \sin 38^\circ}{\sin(80^\circ - 38^\circ)}$$

Length pole $= \ell = \dfrac{2.05 \sin 38^\circ}{\sin 42^\circ}$

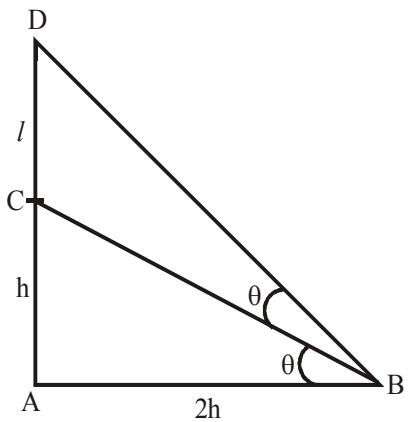
13. At a distance 2h from the foot of a tower of height h, the tower and a pole at the top of the tower subtend equal angles. Height of the pole should be :

h ऊँचाई की मीनार के पाद से 2h दूरी पर स्थित एक बिन्दु पर मीनार तथा उसके शिखर पर स्थित एक डण्डा समान कोण अन्तरित करते हैं। डण्डे की ऊँचाई होना चाहिए :

(A) $\dfrac{5h}{3}$ (B) $\dfrac{4h}{3}$ (C) $\dfrac{7h}{5}$ (D) $\dfrac{3h}{2}$

Ans. A

Sol.



In ΔABC $\Rightarrow \tan\theta = \frac{h}{2h} \Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{2}$

In ΔABD $\Rightarrow \tan 2\theta = \frac{h+\ell}{2h}$

$$\Rightarrow \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{h+\ell}{2h}$$

$$\Rightarrow \frac{2.\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{h+\ell}{2h} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{h+\ell}{2h}$$

$$\Rightarrow 3h + 3l = 8h$$

$$\Rightarrow 3l = 5h$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{5h}{3}$$

14. A flag-staff stands upon the top of a building. If at a distance of 40 meters from the base of the building, the angles of elevation of the topes of the flag-staff and the building are 60° and 30° respectively, then the height of the flag - staff is :

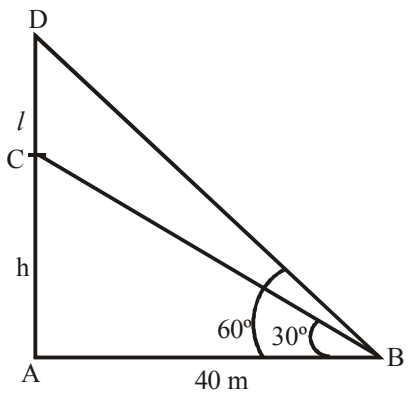
(A) 46.17 m (B) 50 m (C) 25 m (D) None of these

किसी इमारत की छत पर एक झण्डा लगा है। यदि इमारत के आधार से 40 मीटर की दूरी पर झण्डे तथा इमारत के शीर्ष के उन्नयन कोण क्रमशः 60° तथा 30° हो, तो झण्डे की ऊँचाई है :

(A) 46.17 m (B) 50 m (C) 25 m (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol.



In ΔABC $\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{40} \Rightarrow h = \frac{40}{\sqrt{3}}$

In ΔABD $\Rightarrow \tan 60^\circ = \dfrac{h+\ell}{40}$

$\Rightarrow h+\ell = 40\sqrt{3}$

$\Rightarrow \dfrac{40}{\sqrt{3}} + \ell = 40\sqrt{3}$

$\Rightarrow \ell = 40\sqrt{3} - \dfrac{40}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{120-40}{\sqrt{3}} \Rightarrow \ell = \dfrac{80}{\sqrt{3}} \approx 46.17\text{m}$

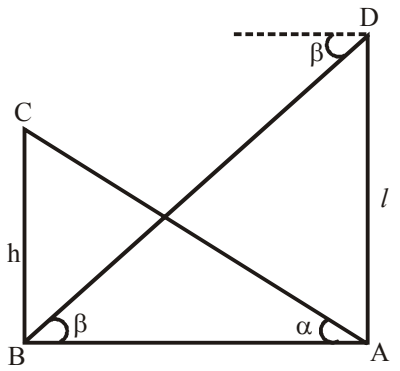
15. A tower subtends an angle α at a point A in the plane of its base and the angle of depression of the foot of the tower at a point ℓ meters just above A is β. The height of the tower is :

एक मीनार अपने आधार की सतह में स्थित एक बिन्दु A पर α कोण अन्तरित करती है और A के ठीक ℓ मीटर ऊपर स्थित एक बिन्दु पर मीनार के पाद का अवनमन कोण β है, तब मीनार की ऊँचाई है :

(A) $\ell \tan\beta \cot\alpha$ (B) $\ell \tan\alpha \cot\beta$ (C) $\ell \tan\alpha \tan\beta$ (D) $\ell \cot\alpha \cot\beta$

Ans. B

Sol.



In ΔABC $\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{h}{AB} \Rightarrow AB = h\cot\alpha$

In ΔABD $\Rightarrow \tan\beta = \dfrac{\ell}{AB} \Rightarrow AB = \ell\cot\beta$

$\Rightarrow h\cot\alpha = \ell\cot\beta$

$$\Rightarrow h = \frac{\ell \cot\beta}{\cot\alpha}$$

$$\Rightarrow h = l \cot\beta \tan\alpha$$

16. The angle of elevation of the top of a hill from each of the vertices A, B, C of a horizontal triangle is α. The height of the hill is :

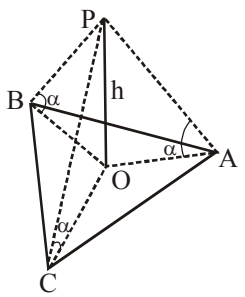
(A) b tanα. cosecB (B) $\frac{1}{2}$ a tanα. cosec A (C) $\frac{1}{2}$ c tanα. cosec C (D) None of these

क्षैतिज त्रिभुज (horizontal triangle) के प्रत्येक शीर्ष A, B, C से मीनार के शिखर से बनने वाला उन्नयन कोण α है, तो मीनार की ऊँचाई होगी :

(A) b tanα. cosecB (B) $\frac{1}{2}$ a tanα. cosec A (C) $\frac{1}{2}$ c tanα. cosec C (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. BC

Sol.



$\Delta OAP = \Delta OBP = \Delta OCP = \alpha$

In ΔABC , O will become, circumcentre

$\therefore$ OA = OB = OC = h cot α = R

sine rule

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin D} = \frac{c}{\sin C} = 2R = 2h\cot\alpha$$

$$h = \frac{a}{2} \text{ cosec A} \tan\alpha$$

similarly $h = \frac{b}{2}$ cosec B tan α, $h = \frac{c}{2}$ cosec C tan α

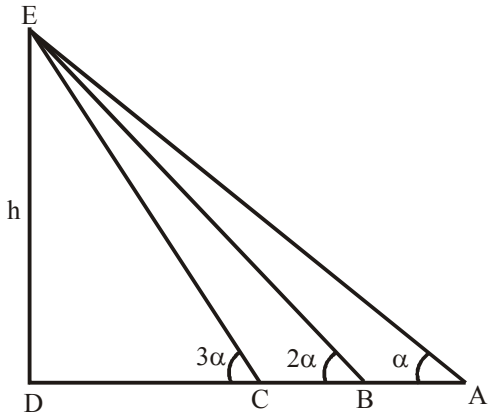
17. The angle of elevation of the top of a TV tower from three points A, B, C in a straight line (in the horizontal plane) through the foot of the tower are α, 2α, 3α respectively. If AB = a, the height of the tower is :

एक टेलिविजन मीनार की जड़ से होकर जाने वाली एक रेखा पर स्थित तीन बिन्दुओं A, B, C से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण Øe' ls%α, 2α, 3α है। यदि AB = α है, तो मीनार की ऊँचाई निम्न होगी :

(A) a tan α (B) a sin α (C) a sin 2α (D) a sin 3α

Ans. C

Sol.



In ΔBDE $\Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{h}{BD} \Rightarrow BD = h\cot 2\alpha$

In ΔADE $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{h}{AD} \Rightarrow AD = h\cot \alpha$

$\because AD - BD = a$

$\Rightarrow h\cot\alpha - h\cot 2\alpha = a$

$$\Rightarrow h\left[\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}\right] = a$$

$$\Rightarrow h\left[\frac{\sin 2\alpha\cos\alpha - \cos 2\alpha\sin\alpha}{\sin\alpha.\sin 2\alpha}\right] = a$$

$$\Rightarrow h\left\{\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha.\sin 2\alpha}\right\} = a$$

$\Rightarrow h = a\sin 2\alpha$

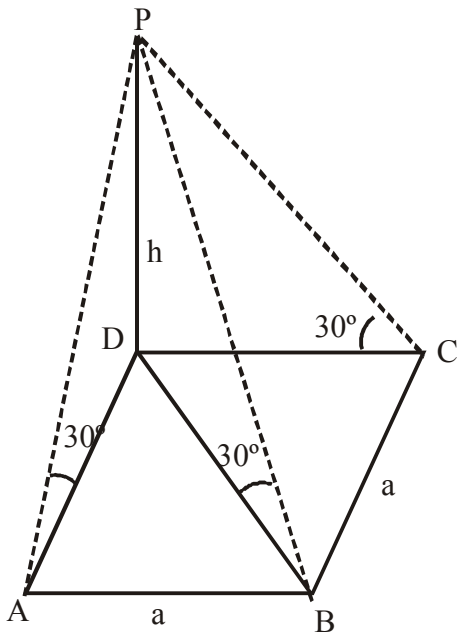
18. ABCD is a square plot. The angle of elevation of the top of a pole standing at D from A or C is 30º and that from B is θ, then tan θ is equal to :

ABCD एक वर्गाकार प्लाट है। D पर सीधे खड़े हुये खम्भे के शिखर का उन्नयन कोण A या C से 30º है और B से θ है तो tan θ का मान निम्न होगा :

(A) $\sqrt{6}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Ans. B

Sol.



Let side of square ABCD is a and height of pole DP is h

Diagonal BD = $\sqrt{2}a$

In ΔDAP $\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a \tan 30^\circ$

In ΔDBP $\Rightarrow \tan\theta = \frac{h}{\sqrt{2}a}$

$\Rightarrow \tan\theta = \frac{a \tan 30^\circ}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{6}}$

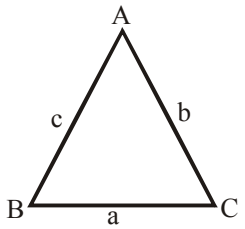
19. If the angles of a triangle are in the ratio 1 : 2 : 3, then their corresponding sides are in the ratio :

यदि किसी त्रिभुज के कोणों का अनुपात 1 : 2 : 3 है, तो उसकी सापेक्ष भुजाओं का अनुपात होगा :

(A) 1 : 2 : 3 (B) 1 : $\sqrt{3}$: 2 (C) $\sqrt{2}$: $\sqrt{3}$: 3 (D) 1 : $\sqrt{3}$: 3

Ans. B

Sol. Angle of ΔABC



$A : B : C = 1 : 2 : 3 \quad \Rightarrow A + B + C = x + 2x + x = 180^o$

$\Rightarrow x = 30^o$

$\Rightarrow A = 30^o, B = 60^o, C = 90^o$

by sine Rule

$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$

$= \sin 30^o : \sin 60^o : \sin 90^o$

$= \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : 1$

$a : b : c = 1 : \sqrt{3} : 2$

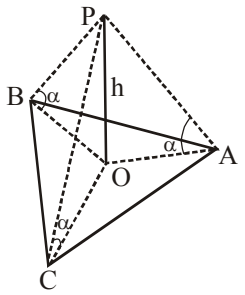
20. The angle of elevation of the top of the tower observed from each of the three points A, B, C on the ground, forming a triangle is the same angle α. If R is the circum - radius of the triangle ABC, then the height of the tower is :

एक मीनार के एक सिरे का जमीन पर त्रिभुज बनाने वाले तीन बिन्दुओं A, B, C में से प्रत्येक से उन्नयन कोण समान α है। यदि त्रिभुज ABC की परित्रिज्या R है, तब मीनार की ऊँचाई है :

(A) $R \sin \alpha$ (B) $R \cos \alpha$ (C) $R \cot \alpha$ (D) $R \tan \alpha$

Ans. D

Sol.



Circumradius = R

OA = OB = OC = R

$\tan \alpha = \frac{h}{OA}$

$h = OA \tan\alpha = OB \tan\alpha = OC \tan\alpha = R \tan\alpha$

$h = R \tan\alpha$

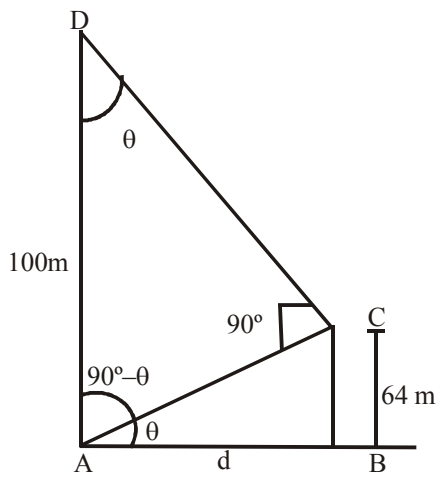
21. A house of height 100 meters subtends a right angle at the window of an opposite house. If the height of the window be 64 meter, then the distance between the two houses is :

100 मीटर ऊँचाई वाला एक मकान सामने की खिड़की पर समकोण अन्तरित करता है। यदि जमीन से खिड़की की ऊँचाई 64 मीटर हो, तो दोनों मकानों के बीच की दूरी है :

(A) 48 m (B) 36 m (C) 54 m (D) 72 m

Ans. A

Sol.



In ΔACD

$$\sin\theta = \frac{AC}{100}$$

$AC = 100 \sin\theta$

In ΔABC

$$\sin\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{64}{100\sin\theta}$$

$$\sin^2\theta = \frac{64}{100} \Rightarrow \sin\theta = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$\Rightarrow$ In ΔABC

$$\tan\theta = \frac{4}{3} = \frac{64}{d} \Rightarrow d = 48m$$

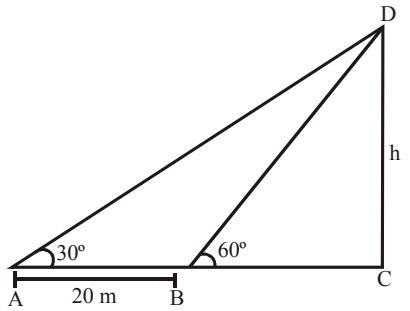
22. On the level ground the angle of elevation of the top of a tower is 30º. On moving 20 mt. nearer the tower, the angle of elevation is found to be 60º. The height of the tower is :

क्षैतिज तल के एक बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30º है। मीनार के नजदीक 20 मीटर चलने पर उन्नयन कोण 60º हो जाता है। मीनार की ऊँचाई निम्न है :

(A) 10 m (B) 20 m (C) $10\sqrt{3}$ m (D) 15 m

Ans. C

Sol.



In ΔACD $\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{AC}$ $\Rightarrow AC = h \cot 30^\circ$

In ΔBCD $\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{h}{BC}$ $\Rightarrow BC = \frac{h}{\sqrt{3}}$

$AB = AC - BC = 20$

$\sqrt{3}h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 20$

$2h = 20\sqrt{3}$

$h = 10\sqrt{3}m$

23. An observer on the top of a tree, finds, the angle of depression of a car moving towards the tree to be 30º. After 3 minutes this angle becomes 60º. After how much more time, the car will reach the tree :

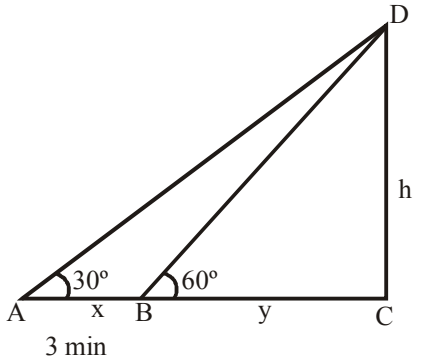
(A) 4 min. (B) 4.5 min. (C) 1.5 min. (D) 2 min.

किसी वृक्ष के शीर्ष से एक व्यक्ति वृक्ष की ओर गतिमान कार का उन्नयन कोण 30º पाता है। 3 मिनट बाद वह कोण 60º का हो जाता है और कितने समय बाद कार वृक्ष तक पहुँच जायेगी :

(A) 4 मिनट (B) 4.5 मिनट (C) 1.5 मिनट (D) 2 मिनट

Ans. C

Sol.



In ΔACD $\Rightarrow \tan 30^\circ = \dfrac{h}{x+y}$ $\Rightarrow x + y = \sqrt{3}h$ ...(1)

In ΔBCD $\Rightarrow \tan 60^\circ = \dfrac{h}{y}$ $\Rightarrow y = \dfrac{h}{\sqrt{3}}$ ...(2)

$\Rightarrow x + y = \sqrt{3}\left(y\sqrt{3}\right)$ $\Rightarrow x + y = 3y$

$\Rightarrow 2y = x$ $\Rightarrow y = \dfrac{x}{2}$

So distance is half of AB then time taken from B to C is also half = 5 min.

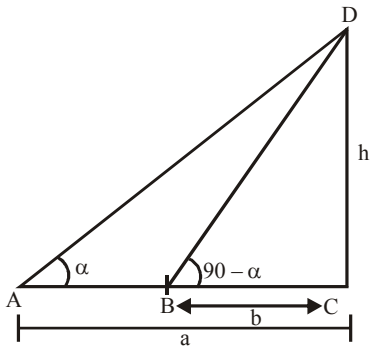
24. The angles of elevation of the top of a tower from two point A and B on the ground distant a and b from the tower are complimentary. If the line AB passes through the foot of the tower, the height of the tower is :

भूमि पर स्थित दो बिन्दुओं A और B जिनकी एक मीनार से दूरियाँ a तथा b हैं, मीनार के शिखर के उन्नयन कोण कोटिपूरक (complimentry) हैं। यदि रेखा AB मीनार के पाद से होकर जाती हो तो मीनार की ऊँचाई है :

(A) ab (B) $\dfrac{a}{b}$ (C) $\sqrt{ab}$ (D) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Ans. C

Sol.



In ΔACD $\Rightarrow \tan\alpha = \frac{h}{a}$ $\Rightarrow h = a\tan\alpha$ ...(1)

In ΔBCD $\Rightarrow \tan(90-\alpha) = \frac{h}{b}$ $\Rightarrow h = b\cot\alpha$ ...(2)

Using equation (1) & (2)

$\Rightarrow h^2 = ab$

$\Rightarrow h = \sqrt{ab}$

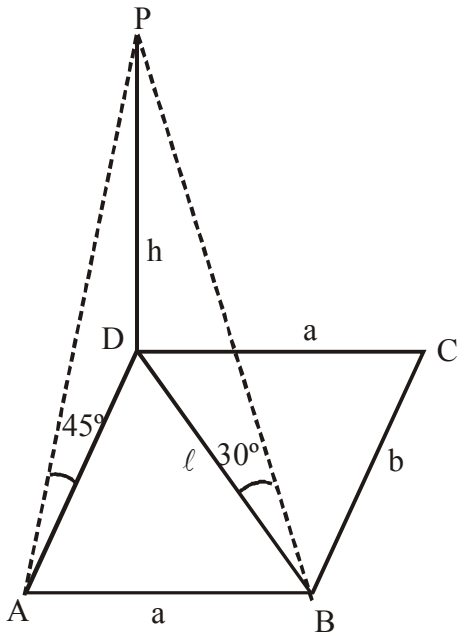
25. A vertical lamppost of height 9 metres stands at the corner of a rectangular field. The angle of elevation of its top from the farthest corner is 30º, while from another corner it is 45º. The area of the field is :

एक आयताकार खेत के एक कोने पर स्थित 9 मीटर ऊँचा बिजली का खम्बा लगा है। इसके शीर्ष से सबसे दूर स्थित कोने का उन्नयन कोण 30º है जबकि इसके अन्य कोने से 45º है। तो खेत का क्षेत्रफल है :

(A) $81\sqrt{2}$ metre^2 (B) $9\sqrt{2}$ metre^2 (C) $81\sqrt{3}$ metre^2 (D) $9\sqrt{3}$ metre^2

Ans. A

Sol.



Height of vertical Lamppost = 9m

The angle of elevation of its top from the farthest corner = 30º

In ΔDBP $\Rightarrow \tan 30 = \frac{h}{\ell} = \frac{9}{\ell}$ $\Rightarrow \ell = 9\sqrt{3}m$

The angle of elevation from another corner is 45º

$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{h}{a} = \frac{9}{a} \quad \Rightarrow a = 9$ m

Diagonal of Rectangle =

$\Rightarrow \ell = \sqrt{b^2 + a^2} = 9\sqrt{3}$

$\Rightarrow b^2 + 81 = 243$

$\Rightarrow b^2 = 162$

$\Rightarrow b = 9\sqrt{2}$

Area of Rectangle = ab = $81\sqrt{2}$ m^2

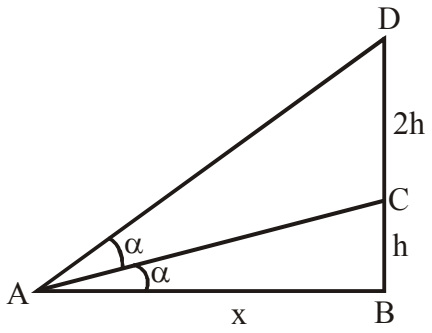
26. A flagstaff stands vertically on a pillar, the height of the flagstaff being double the height of the pillar. A man on the ground at a distance finds that both the pillar and the flagstaff subtend equal angles at his eyes. The ratio of the height of the pillar and the distance of the man from the pillar, is :

एक खम्बे पर एक झण्डा उर्ध्वाधर लगा है। झण्डे की ऊँचाई, खम्बे की ऊँचाई की दुगनी है। एक व्यक्ति जो कि मैदान मे खड़ा है वह यह पाता है कि खम्बे तथा झण्डे से उसकी आँखो पर बनने वाले कोण बराबर है तो खम्बे की ऊँचाई तथा व्यक्ति की खम्बे से दूरी का अनुपात है :

(A) $\sqrt{3} : 1$ (B) 1 : 3 (C) $1 : \sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3} : 2$

Ans. C

Sol.



In $\Delta ABC \quad \Rightarrow \tan\alpha = \frac{h}{x}$

In $\Delta ABD \quad \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{3h}{x} \quad \Rightarrow \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{3h}{x}$

$$\Rightarrow \frac{2.\frac{h}{x}}{1-\left(\frac{h}{x}\right)^2} = \frac{3h}{x}$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{h}{x}\right) = 3\left(\frac{h}{x}\right)\left(1-\left(\frac{h}{x}\right)^2\right) \qquad \left\{\frac{h}{x} \neq 0\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = 1-\left(\frac{h}{x}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{h}{x}\right)^2 = 1-\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

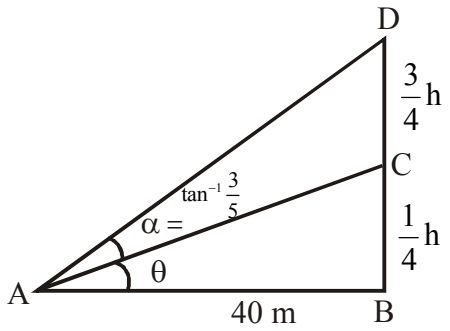
27. The upper $\frac{3}{4}$ th portion of a vertical pole subtends an angle $\tan^{-1}\frac{3}{5}$ at a point in the horizontal plane through its foot and at a distance 40 m from the foot. A possible height of the vertical pole is : **[AIEEE-2002]**

एक ऊर्ध्वाधर दण्ड का $\frac{3}{4}$ वाँ ऊपर का भाग इसके पाद से क्षैतिज तल में $\tan^{-1}\frac{3}{5}$ का कोण बनाता है तथा यह पाद से 40 m दूर है तो ऊर्ध्वाधर दण्ड की ऊँचाई होगी : **[AIEEE-2002]**

(A) 80m (B) 20m (C) 40 m (D) 60 m

Ans. C

Sol.



$\alpha = \tan^{-1}\frac{3}{5}$ $\Rightarrow \tan\alpha = \frac{3}{5}$

In ΔABC $\Rightarrow \tan\theta = \frac{h}{4\times 40} \Rightarrow \tan\theta = \frac{h}{160}$

In ΔABD $\Rightarrow \tan(\theta+\alpha) = \frac{h}{40}$

$$\Rightarrow \frac{\tan\theta + \tan\alpha}{1-\tan\theta.\tan\alpha} = \frac{h}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{h}{160}+\frac{3}{5}}{1-\frac{h}{160}\times\frac{3}{5}} = \frac{h}{40} \Rightarrow \frac{5(h+96)}{800-3h} = \frac{h}{40}$$

$\Rightarrow 200\,(h+96) = 800\,h - 3h^2$

$\Rightarrow 3h^2 - 600\,h + 19200 = 0$ $\Rightarrow h^2 - 200\,h + 6400 = 0$

$\Rightarrow (h-160)\,(h-40) = 0$ $\Rightarrow h = 160$ or $h = 40$

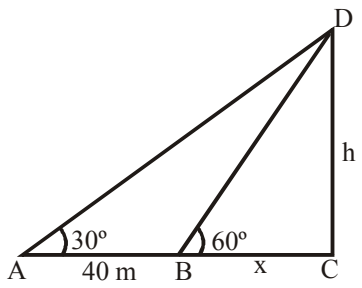
28. A person standing on the bank of a river observes that the angle of elevation of the top of a tree on the opposite bank of the river is 60° and when he retires 40 meters away from the tree the angle of elevation becomes 30°. The breadth of the river is : **[AIEEE-2004]**

नदी के एक किनारे (तट) पर खड़ा एक व्यक्ति नदी के दूसरे किनारे पर खड़े एक पेड़ के शिखर का उन्नयन कोण 60° पाता है। उस जगह से 40 m पीछे, जो पेड़ से और हट कर है, पेड़ के शिखर का उन्नयन कोण 30° हो जाता है। नदी की चौड़ाई है : **[AIEEE-2004]**

(A) 20 m (B) 30 m (C) 40 m (D) 60 m

Ans. A

Sol.



In ΔBCD $\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$ $\Rightarrow h = \sqrt{3}.x$

In $\Delta ACD = \tan 30^\circ = \frac{h}{x+40}$

$x + 40 = 3x$ $\Rightarrow 2x = 40$ $\Rightarrow x = 20$ m

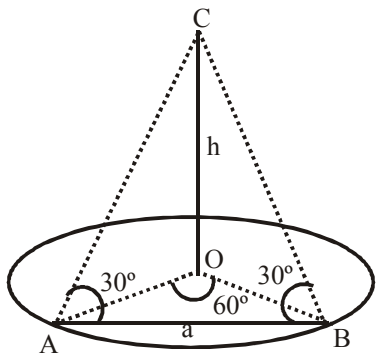
29. A tower stands at the centre of a circular park. A and B are two points on the boundary of the park such that AB (= a) subtends an angle of 60° at the foot of the tower, and the angle of elevation of the top of the tower from A or B is 30°. The height of the tower is : **[AIEEE-2007]**

एक मीनार, वृत्ताकार पार्क के मध्य में स्थित है। A तथा B पार्क के किनारे पर दो बिन्दु इस प्रकार है कि AB (= a), मीनार के पाद से 60° का कोण आन्तरित करते है तथा बिन्दु A या B से मीनार के शीर्ष पर उन्नयन कोण 30° है, तो मीनार की ऊँचाई होगा : **[AIEEE-2007]**

(A) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{a}{\sqrt{3}}$ (D) $a\sqrt{3}$

Ans. C

Sol.



$\angle AOB = 60^\circ$ $\Rightarrow OA = OB = AB = a$

ΔOAB is an equilateral Δ

In ΔOBC $\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{a}$ $\Rightarrow h = a \tan 30^\circ$

$\Rightarrow h = \frac{a}{\sqrt{3}}$

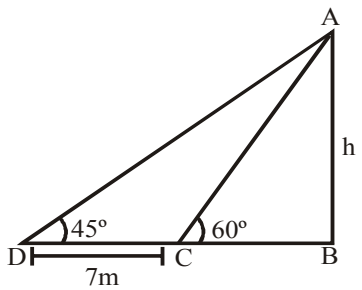
30. AB is a vertical pole with B at the ground level and A at the top. A man finds that the angle of elevation of the point A from a certain point C on the ground is 60º. He moves away from the pole along the line BC to a point D such that CD = 7 m. From D the angle of elevation of the points A is 45º. Then the height of the pole is : **[AIEEE-2008]**

AB एक ऊर्ध्वाधर खम्भा है जिसका बिन्दु B भूमि तल पर है तथा A उसका शिखर है। एक व्यक्ति देखता है कि धरती के किसी बिन्दु C से बिन्दु A का उन्नयन कोण 60º है। वह खम्भे से परे रेखा BC के अनुदिश चलकर बिन्दु D पर पहुँचता है जहाँ CD = 7 m है। बिन्दु D से बिन्दु A का उन्नयन कोण 45º है। तो खम्भे की ऊँचाई है : **[AIEEE-2008]**

(A) $\frac{7\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}+1)\,m$ (B) $\frac{7\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}-1)\,m$ (C) $\frac{7\sqrt{3}}{2}\frac{1}{\sqrt{3}+1}\,m$ (D) $\frac{7\sqrt{3}}{2}\frac{1}{\sqrt{3}-1}\,m$

Ans. A

Sol.



In ΔABD $\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{h}{BD}$ $\Rightarrow BD = h$

In ΔABC $\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{h}{BC}$ $\Rightarrow BC = \frac{h}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow BD - BC = 7$ $\Rightarrow h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 7$

$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right)h = 7$ $\Rightarrow h = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ $\Rightarrow h = \frac{7\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}+1\right)m$

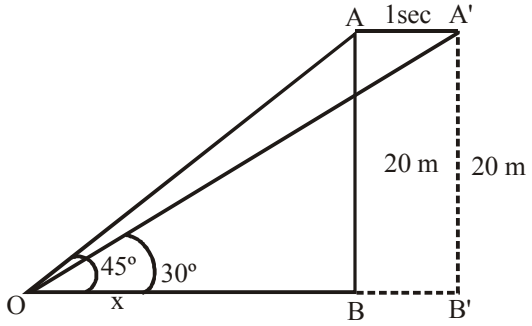
31. A bird is sitting on the top of a vertical pole 20 m high and its elevation from a point O on the ground is 45°. It flies off horizontally straight away from the point O. After one second, the elevation of the bird from O is reduced to 30°. Then the speed (in m/s) of the bird is : **[JEE(Main)2014]**

एक पक्षी 20 m ऊँचे एक ऊर्ध्वाधर खंभे के शिखर पर बैठा है तथा इसका भूमि के एक बिन्दु O से उन्नयन कोण 45° है। यह पक्षी O से पर क्षैतिज दिशा में उड़ता है। एक सेकण्ड के बाद O से पक्षी का उन्नयन कोण 30° रह जाता है, तो (m/s में) पक्षी की चाल है : **[JEE(Main)2014]**

(A) $20\sqrt{2}$ (B) $20(\sqrt{3}-1)$ (C) $40(\sqrt{2}-1)$ (D) $40(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

Ans. B

Sol.



In ΔOAB $\Rightarrow \tan 45^o = \frac{20}{x}$ $\Rightarrow x = 20$ m

In $\Delta OB'A'$ $\Rightarrow \tan 30^o = \frac{20}{OB'} \Rightarrow OB' = 20\sqrt{3}$m

$\Rightarrow BB' = OB' - OB$ $= \left(20\sqrt{3}-20\right)$m

Speed = $\frac{\text{dis tan ce}}{\text{time}} = \frac{20\left(\sqrt{3}-1\right)}{1}$

Speed = $20(\sqrt{3}-1)$m / sec

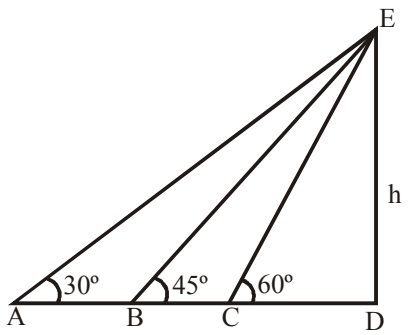
32. If the angles of elevation of the top of a tower from three collinear points A, B and C on a line leading to the foot of the tower, are 30°, 45° and 60° respectively, then the ration, AB : BC is : **[JEE(Main)2015]**

तीन सरेख बिन्दुओं A, B तथा C एक ऐसी रेखा पर स्थित है जो एक मीनार के पाद की दिशा में ले जाती है, से एक मीनार के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 30°, 45° तथा 60° हैं,तो AB : BC का अनुपात है : **[JEE(Main)2015]**

(A) $\sqrt{3}:1$ (B) $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ (C) $1:\sqrt{3}$ (D) 2 : 3

Ans. A

Sol.



In ΔADE $\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{AD} \Rightarrow AD = h\sqrt{3}$

In ΔBDE $\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{h}{BD} \Rightarrow BD = h$

In ΔCDE $\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{h}{CD} \Rightarrow CD = \frac{h}{\sqrt{3}}$

$AB = AD - BD = h(\sqrt{3} - 1)$

$BC = BD - CD = h - \frac{h}{\sqrt{3}} = h\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right)$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{h\left(\sqrt{3}-1\right)}{h\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}}}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

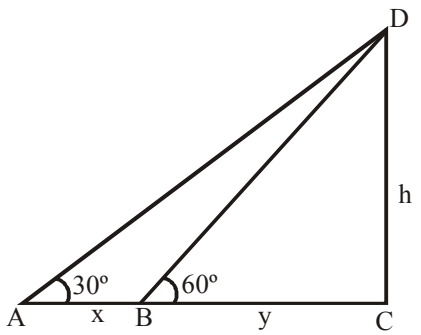
33. A man is walking towards a vertical pillar in a straight path, at a uniform speed. At a certain point A on the path, he observes that the angle of elevation of the top of the pillar is 30º. After walking for 10 minutes from A in the same direction, at a point B, he observes that the angle of elevation of the top of the pillar is 60º. Then the time taken (in minutes) by him, from B to reach the pillar, is : **[JEE(Main)2016]**

एक व्यक्ति एक ऊर्ध्वाधर खंभे की ओर एक सीधे पथ पर एक समान चाल से जा रहा हैं रास्ते पर एक बिन्दु A से वह खंभे के शिखर का उन्नयन कोण 30º मापता है। A से उसी दिशा में 10 मिनट और चलने के बाद बिन्दु B से वह खंभे के शिखर का उन्नयन कोण 60º पाता है, तो B से खंभे तक पहुंचने में उसे लगने वाला समय (मिनटों में) है : **[JEE(Main)2016]**

(A) 20 (B) 5 (C) 6 (D) 10

Ans. B

Sol.



In ΔACD $\Rightarrow \tan 30^o = \frac{h}{x+y}$ $\Rightarrow x + y = \sqrt{3}h$ ...(1)

In ΔBCD $\Rightarrow \tan 60^o = \frac{h}{y}$ $\Rightarrow y = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ...(2)

$\Rightarrow x + y = \sqrt{3}\left(y\sqrt{3}\right)$ $\Rightarrow x + y = 3y$ $\Rightarrow 2y = x$

$\Rightarrow y = \frac{x}{2}$

So distance is half of AB then time taken from B to C is also half = 5 min.

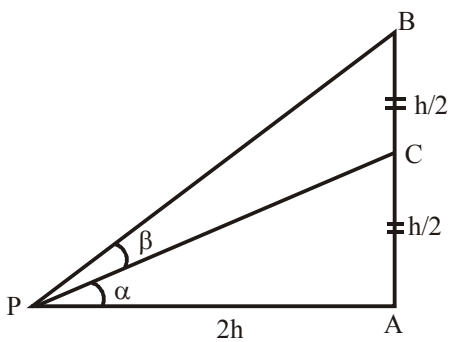
34. Let a vertical tower AB have its end A on the level ground. Let C be the mid-point of AB & P be a point on the ground such that AP=2AB. If $\angle BPC = \beta$, then $\tan\beta$ is equal to : **[JEE(Main)2017]**

माना एक ऊर्ध्वाधर मीनार AB ऐसी है कि उसका सिरा A भूमि पर है। माना AB का मध्य बिन्दु C है तथा भूमि पर स्थित बिन्दु P ऐसा है कि AP = 2AB यदि $\angle BPC = \beta$ है, तो $\tan\beta$ बराबर है : **[JEE(Main)2017]**

(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{6}{7}$ (D) $\frac{1}{4}$

Ans. A

Sol.



In ΔCPA $\Rightarrow \tan\alpha = \frac{h/2}{AP} = \frac{h/2}{2h} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{4}$

In ΔBPA $\Rightarrow \tan(\alpha+\beta) = \frac{h}{AP} = \frac{h}{2h} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha.\tan\beta} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4} + \tan\beta}{1 - \frac{1}{4}\tan\beta} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \frac{1 + 4\tan\beta}{4 - \tan\beta} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow 2 + 8\tan\beta = 4 - \tan\beta$

$\Rightarrow \tan\beta = \frac{2}{9}$

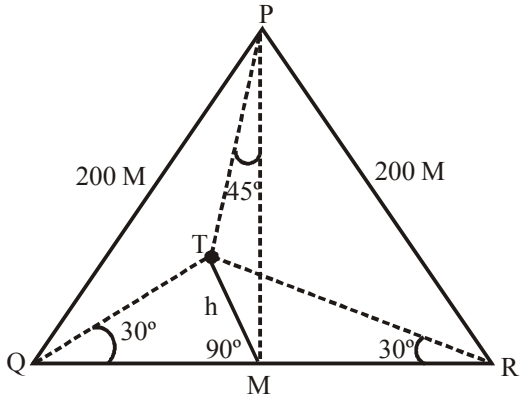
35. PQR is a triangular park with PQ = PR = 200m. A T.V. tower stands at the mid-point of QR. If the angles of elevation of the top of the tower at P, Q and R are respectively 45º and 30º and 30º, then the height of the tower (in m) is : **[JEE(Main)2018]**

PQR एक त्रिकोणाकार पार्क है जिसमें PQ = PR = 200m है। QR के मध्य बिन्दु पर एक टीवी टावर स्थित है। यदि बिन्दुओं P, Q, R से टावर के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45º, 30º तथा 30º है तो टावर की ऊँचाई (m में) है : **[JEE(Main)2018]**

(A) $100\sqrt{3}$ (B) $50\sqrt{2}$ (C) 100 (D) 50

Ans. C

Sol.



Let height of the tower TM = h

In ΔPMT $\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{TM}{PM} = \frac{h}{PM}$ $\Rightarrow PM = h$

In ΔTQM $\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{QM}$ $\Rightarrow QM = \sqrt{3}h$

In ΔPMQ $\Rightarrow PM^2 + QM^2 = PQ^2$

$\Rightarrow h^2 + \left(\sqrt{3}h\right)^2 = (200)^2$

$\Rightarrow 4h^2 = (200)^2$

$\Rightarrow 2h^2 = 200$

$\Rightarrow h = 100$ m